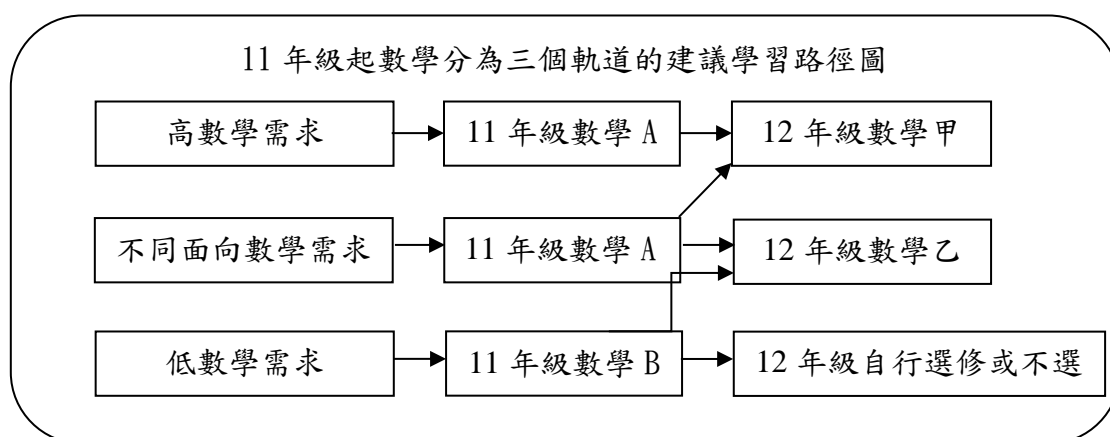


伍、學習重點

學習重點由「學習表現」與「學習內容」兩個向度所組成。學習重點用以引導課程設計、教材發展、教科用書審查及學習評量等，並配合教學加以實踐。學習重點係由理念、目標與特性發展而來，並與核心素養進行雙向檢核，以了解二者的對應情形。學習重點展現課程綱要的具體內涵，能呼應核心素養。「數學領域學習重點與核心素養呼應表參考示例」（詳參附錄一）乃為使學習重點與核心素養能夠相互呼應，且透過學習重點落實本領域核心素養，並引導跨領域的課程設計，增進課程發展的嚴謹度。「議題適切融入領域課程綱要」（詳參附錄二）乃為豐富本領域的學習，促進核心素養的涵育，使各項議題可與領域的學習重點適當結合。

學生修習數學，從普通型高中 11 年級起分為三個軌道。對於高數學需求的學生，可以修習數學 A、然後修習數學甲。對於不同面向數學需求的學生，可以修習數學 A、然後修習數學甲或數學乙。對於低數學需求的學生，可以只修習數學 B。有鑑於高中學生不容易太早定向，數學課程綱要的設計盡量使轉軌不致太困難，使得在 11 年級修習數學 B 的學生，有機會補足數學乙所需的先備知識而選修數學乙。請參見下面「11 年級起數學分為三個軌道的建議學習路徑圖」。



學習重點的呈現，分國民小學、國民中學、普通型高級中等學校必修課程（11 年級分 A、B 兩類）、普通型高級中等學校加深加廣選修課程（12 年級分甲、乙兩類）等類編寫，係依據下述五個學習階段的教學目標發展而成。

第一學習階段（國民小學 1-2 年級）：能初步掌握數、量、形的概念，其重點在自然數及其運算、長度與簡單圖形的認識。

第二學習階段（國民小學 3-4 年級）：在數方面，能確實掌握自然數的四則與混合運算，培養流暢的數字感，並初步學習分數與小數的概念。在量方面，以長度為基礎，學習量的常用單位及其計算。在幾何方面，發展以角、邊要素認識幾何圖形的能力，並能以操作認識幾何圖形的性質。

第三學習階段（國民小學 5-6 年級）：確實掌握分數與小數的四則計算。能以常用的數量關係，解決日常生活的問題。能認識簡單平面與立體形體的幾何性質，並理解其面積與體積的計算。能製作簡單的統計圖表。

第四學習階段（國民中學 7-9 年級）：在數方面，能認識負數與根式的概念與計算，並理解坐標表示的意義。在代數方面，要熟悉代數式的運算、解方程式及簡單的函數。在平面幾何方面，各年級分別學習直觀幾何（直觀、辨識與描述）、測量幾何、推理幾何；空間幾何略晚學習。能理解統計與機率的意義，並認識基本的統計方法。

第五學習階段（普通型高級中等學校 10-12 年級）：在數方面，所有學生都應統整認識實數，並進一步發展計數原理及其應用；選修數學甲、數學乙的學生要將數的認識拓展到複數，其中選修數學甲的學生更要理解複數的幾何意涵。在幾何方面，全體學生都有學習基本空間概念的機會，透過坐標而連結幾何與代數，並認識基本的線性代數；選修數學 A 的學生還要熟悉空間向量的操作，用來進一步發展坐標幾何與線性代數。在函數方面，全體學生都有機會認識三大類基本函數：多項式函數、指數與對數函數、三角函數，能辨別它們的圖形特徵，並能用它們當作模型而解決典型問題；選修數學甲、數學乙的學生要將函數的學習，延伸到微積分基本知能，並分別能用於解決理工、商管領域的基本問題。在不確定性方面，所有學生都應能運用基本統計量描述資料，能運用機率與統計的原理，推論不確定性的程度；選修數學甲、數學乙的學生能進一步理解隨機變數的分布，其中數學甲的學生更要理解幾何分布。

一、學習表現

學習表現強調以學生為中心，重視認知（求知、應用、推理）、情意態度（賞識）與生活應用的學習展現，代表「非內容」向度，具體展現或呼應核心素養。這些向度，由教育理論的描述，轉換為數學教師及一般人容易明白的描述。數學表現採納部分認知語詞做為學習進程的描述，其中所使用的專有名詞意義如下：

（一）**認識、理解、熟練**：「認識」包含察覺、認識；「理解」包含辨識、概念連結、理解；「熟練」包含可做應用解題、推理，以及程序課題上的熟練。如果一個數學概念在一個階段可完成，學習表現以較成熟的學習階段來描述。因此，如果學習表現只有「理解」沒有「認識」，則表示「認識」已完成，或「認識」與「理解」必須在同一階段完成。

（二）**情境**：學生在理解概念或規律，以及解題應用時，經常需要連結於某經驗脈絡中，既可協助學習，亦有益於日後應用。課程綱要中常用到的情境，一種泛指這些經驗的脈絡特徵，例如：生活情境、具體情境（見下段）；另一種則指某核心類型的學習經驗，例如：平分情境、測量情境。

- (三) **具體情境**：學生在學習時，經常需要先有恰當的範例、應用來提示與引導，這些情境泛稱為具體情境（對應於「認識」與「理解」）。在國民小學的第一、二學習階段具體情境與生活情境不做區分。但隨著學生熟習數學概念、表徵（如乘法的排列模型）或較抽象的思考經驗（如數字感），從第三學習階段起，學生學習數學所依賴的具體情境，就不限於生活情境。例如：學生在五、六年級學因數、倍數或質數課題時，最恰當的具體情境，就是學生對整數性質的熟悉，而非日常生活的問題。從第四學習階段起，具體情境甚至包括數學或其他領域的局部理論。
- (四) **解題**：在課程綱要中，數學的解題泛指能應用數學概念與程序，解決日常、數學、其他領域的應用問題。解題過程包括了解問題意義，選擇可能之策略，轉換該策略為數學問題，運用數學知識對該數學問題求解，能檢驗與詮釋這個解的意義，判斷是否完成解題之要求等。更進一步之反思、推廣與溝通則不在課程綱要必要要求之列。
- (五) **操作活動**：操作活動泛指由操作中察覺、形成概念，甚至簡單連結各概念的各種活動。在國民小學第一或第二學習階段，由於學生處於建立各種概念的基礎時期，且數學經驗不足，必須藉生活情境來引導，因此許多課題的教學宜先以操作活動進行。
- (六) **報讀**：泛指資料的閱讀，包括能正確理解資料呈現方式（表格、統計圖），也能回答關於資料的直接問題與簡單延伸的問題（如和其他數學概念連結的問題）。需要較成熟推理能力的問題不屬於「報讀」的範疇。

學習表現依學習階段編寫，其編碼方式如後所述。

第 1 碼為「表現類別」，分別以英文小寫字母 n（數與量）、s（空間與形狀）、g（坐標幾何）、r（關係）、a（代數）、f（函數）、d（資料與不確定性）表示。其中 r 為國民小學階段專用，至國民中學、普通型高級中等學校後轉換發展為 a 和 f。

第 2 碼為「學習階段」別，依序為 I（國民小學低年級）、II（國民小學中年級）、III（國民小學高年級）、IV（國民中學）、V（普通型高級中等學校）。

第 3 碼為流水號。教科用書在同一學習階段可以不依照流水號順序編寫。

學習表現如後表所述，先依學習階段排序呈現，為方便了解同一種表現類別在所有學習階段的整體內容，依表現類別排序再呈現一次。

依學習階段排序之學習表現

編碼	學習表現（依學習階段排序）
第一學習階段	
n-I-1	理解一千以內數的位值結構，據以做為四則運算之基礎。
n-I-2	理解加法和減法的意義，熟練基本加減法並能流暢計算。
n-I-3	應用加法和減法的計算或估算於日常應用解題。
n-I-4	理解乘法的意義，熟練十十乘法，並初步進行分裝與平分的除法活動。
n-I-5	在具體情境中，解決簡單兩步驟應用問題。
n-I-6	認識單位分數。
n-I-7	理解長度及其常用單位，並做實測、估測與計算。
n-I-8	認識容量、重量、面積。
n-I-9	認識時刻與時間常用單位。
s-I-1	從操作活動，初步認識物體與常見幾何形體的幾何特徵。
r-I-1	學習數學語言中的運算符號、關係符號、算式約定。
r-I-2	認識加法和乘法的運算規律。
r-I-3	認識加減互逆，並能應用與解題。
d-I-1	認識分類的模式，能主動蒐集資料、分類，並做簡單的呈現與說明。
第二學習階段	
n-II-1	理解一億以內數的位值結構，並據以作為各種運算與估算之基礎。
n-II-2	熟練較大位數之加、減、乘計算或估算，並能應用於日常解題。
n-II-3	理解除法的意義，能做計算與估算，並能應用於日常解題。
n-II-4	解決四則估算之日常應用問題。
n-II-5	在具體情境中，解決兩步驟應用問題。
n-II-6	理解同分母分數的加、減、整數倍的意義、計算與應用。認識等值分數的意義，並應用於認識簡單異分母分數之比較與加減的意義。
n-II-7	理解小數的意義與位值結構，並能做加、減、整數倍的直式計算與應用。
n-II-8	能在數線標示整數、分數、小數並做比較與加減，理解整數、分數、小數都是數。
n-II-9	理解長度、角度、面積、容量、重量的常用單位與換算，培養量感與估測能力，並能做計算和應用解題。認識體積。
n-II-10	理解時間的加減運算，並應用於日常的時間加減問題。
s-II-1	理解正方形和長方形的面積與周長公式與應用。
s-II-2	認識平面圖形全等的意義。
s-II-3	透過平面圖形的構成要素，認識常見三角形、常見四邊形與圓。
s-II-4	在活動中，認識幾何概念的應用，如旋轉角、展開圖與空間形體。
r-II-1	理解乘除互逆，並能應用與解題。
r-II-2	認識一維及二維之數量模式，並能說明與簡單推理。
r-II-3	理解兩步驟問題的併式計算與四則混合計算之約定。
r-II-4	認識兩步驟計算中加減與部分乘除計算的規則並能應用。
r-II-5	理解以文字表示之數學公式。
d-II-1	報讀與製作一維表格、二維表格與長條圖，報讀折線圖，並據以做簡單推論。
第三學習階段	
n-III-1	理解數的十進位的位值結構，並能據以延伸認識更大與更小的數。
n-III-2	在具體情境中，解決三步驟以上之常見應用問題。

編碼	學習表現（依學習階段排序）
n-III-3	認識因數、倍數、質數、最大公因數、最小公倍數的意義、計算與應用。
n-III-4	理解約分、擴分、通分的意義，並應用於異分母分數的加減。
n-III-5	理解整數相除的分數表示的意義。
n-III-6	理解分數乘法和除法的意義、計算與應用。
n-III-7	理解小數乘法和除法的意義，能做直式計算與應用。
n-III-8	理解以四捨五入取概數，並進行合理估算。
n-III-9	理解比例關係的意義，並能據以觀察、表述、計算與解題，如比率、比例尺、速度、基準量等。
n-III-10	嘗試將較複雜的情境或模式中的數量關係以算式正確表述，並據以推理或解題。
n-III-11	認識量的常用單位及其換算，並處理相關的應用問題。
n-III-12	理解容量、容積和體積之間的關係，並做應用。
s-III-1	理解三角形、平行四邊形與梯形的面積計算。
s-III-2	認識圓周率的意義，理解圓面積、圓周長、扇形面積與弧長之計算方式。
s-III-3	從操作活動，理解空間中面與面的關係與簡單立體形體的性質。
s-III-4	理解角柱（含正方體、長方體）與圓柱的體積與表面積的計算方式。
s-III-5	以簡單推理，理解幾何形體的性質。
s-III-6	認識線對稱的意義與其推論。
s-III-7	認識平面圖形縮放的意義與應用。
r-III-1	理解各種計算規則（含分配律），並協助四則混合計算與應用解題。
r-III-2	熟練數（含分數、小數）的四則混合計算。
r-III-3	觀察情境或模式中的數量關係，並用文字或符號正確表述，協助推理與解題。
d-III-1	報讀圓形圖，製作折線圖與圓形圖，並據以做簡單推論。
d-III-2	能從資料或圖表的資料數據，解決關於「可能性」的簡單問題。
第四學習階段	
n-IV-1	理解因數、倍數、質數、最大公因數、最小公倍數的意義及熟練其計算，並能運用到日常生活的情境解決問題。
n-IV-2	理解負數之意義、符號與在數線上的表示，並熟練其四則運算，且能運用到日常生活的情境解決問題。
n-IV-3	理解非負整數次方的指數和指數律，應用於質因數分解與科學記號，並能運用到日常生活的情境解決問題。
n-IV-4	理解比、比例式、正比、反比和連比的意義和推理，並能運用到日常生活的情境解決問題。
n-IV-5	理解二次方根的意義、符號與根式的四則運算，並能運用到日常生活的情境解決問題。
n-IV-6	應用十分逼近法估算二次方根的近似值，並能應用計算機計算、驗證與估算，建立對二次方根的數感。
n-IV-7	辨識數列的規律性，以數學符號表徵生活中的數量關係與規律，認識等差數列與等比數列，並能依首項與公差或公比計算其他各項。
n-IV-8	理解等差級數的求和公式，並能運用到日常生活的情境解決問題。
n-IV-9	使用計算機計算比值、複雜的數式、小數或根式等四則運算與三角比的近似值問題，並能理解計算機可能產生誤差。
s-IV-1	理解常用幾何形體的定義、符號、性質，並應用於幾何問題的解題。